Gry decyzyjne – rozwiązane przykłady

Literatura:

- Karol Kukuła (red.), Badania operacyjne w przykładach i zadaniach, rozdział 3, str. 148-167
- Materiały „PDF" z wykładów

Przykład 1. Dwie firmy logistyczne A i B konkurują o klienta na rynku usług logistycznych. Obie firmy rozważają podjęcie 3 możliwych strategii działania mających na celu zwiększenie ich % udziałów w rynku. Firma A rozważa wdrożenie 3 strategii: A_1 – wprowadzenie nowych środków transportu, A_2 – obniżenie cen oferowanych usług, A_3 - wprowadzenie nowych atrakcyjniejszych ofert usługowych. Firma B zamierza natomiast stosować 3 strategie: B_1 – zastosowanie nowoczesnych narzędzi optymalizacji dostaw, B_2 – wprowadzenie nowych atrakcyjniejszych tras dostaw, B_3 – zwiększenie ładowności aktualnej posiadanej floty transportowej. Macierz wypłat (określająca wzrost % udziałów w rynku usług) firmy A podaje tablica:

A \ B	B1	B2	B3
A1	-2	7	6
A2	3	2	-3
A3	4	3	-2

Traktując wzajemną konkurencję obu firm o zwiększenie udziałów w rynku jako grę dwuosobową o sumie zero:

a) Wskazać, czy istnieje rozwiązanie tej gry w zbiorze strategii czystych ?
b) Wskazać i wyeliminować strategie zdominowane.
c) Wyznaczyć wygraną w zbiorze tzw. „strategii mieszanych". Ile zyskuje firma A oraz ile traci firma B ?

<u>Rozwiązanie:</u>

Ad a)
Oznaczmy:
a_{ij} – wartości macierzy wypłat dla i-tej strategii „czystej" gracza A oraz j-tej strategii „czystej" gracza B.
Oczywiście dla gracza B macierz wypłat dla gry dwuosobowej o sumie zerowej jest równa: $-a_{ij}$.
Wyznaczamy tzw. wartość dolną gry dla gracza A (maksymalną wygraną gracza A w najgorszym niesprzyjającym dla niego scenariuszu – gdy gracz B wybiera takie strategie, które przynoszą graczowi A najniższe wygrane – udziały w rynku) ze wzoru: $V_A = \max_i \left\{ \min_j a_{ij} \right\} = \max\{-2, -3, -2\} = -2$.
Wyznaczamy tzw. wartość górną gry z punktu widzenia gracza B (minimalną wygraną gracza A lub przegraną gracza B - w najgorszym niesprzyjającym dla niego scenariuszu, gdy gracz A wybiera takie strategie, które przynoszą mu najwyższe wygrane, a tym samym przegrane dla gracza B) ze wzoru: $V_B = \min_j \left\{ \max_i a_{ij} \right\} = \min\{4,7,6\} = 4$.

A \ B	B_1	B_2	B_3	$\min_j a_{ij}$
A_1	-2	7	6	**$-2 = V_A$**
A_2	3	2	-3	-3
A_3	4	3	-2	**$-2 = V_A$**
$\max_i a_{ij}$	**$4 = V_B$**	7	6	

Gra posiada punkt równowagi (tzw. punkt siodłowy gry), gdzie obaj gracze są zadowoleni maksymalizują swoje korzyści (minimalizują swoje straty) i te straty (zyski są równe), gdy $V_A = V_B$.
W naszym przypadku $-2 = V_A \neq V_B = 4$ $(V_A \neq V_B)$ zatem gra nie posiada rozwiązań w zbiorze strategii czystych.

Ad b)
Strategie zdominowane wyznacza się w celu uproszczenia gry. Strategie zdominowane (nieefektywne) dla gracza A to są takie strategie których nie opłaca się graczowi A stosować bo niezależnie od strategii jakie podejmie konkurent (gracza B) zawsze przynoszą one mu niższe wygrane niż inne strategie, które może zastosować.

Powiemy, że strategia A_s jest zdominowana przez strategię A_q, gdy: $\bigwedge j\ (dla\ każdego\ j)\ a_{sj} \leq a_{qj}$

Zauważmy zatem, że strategia A_2 jest zdominowana przez A_3 (A_3 zawsze gwarantuje graczowi A większe wygrane niezależnie od decyzji gracza B niż A_2, dlatego nie opłaca się jej stosować i wykreślamy ją ze zbioru strategii czystych) $A = \{A_1, A_3\}$. Dla gracza A nie ma żadnych innych strategii zdominowanych. Macierz wypłat jest teraz następująca.

A \ B	B_1	B_2	B_3
A_1	-2	7	6
A_3	4	3	-2

Podobnie powiemy, że strategia B_s jest zdominowana przez strategię B_q, gdy: $\bigwedge i\ (dla\ każdego\ i)\ a_{is} \geq a_{iq}$

Zauważmy zatem, że strategia B_2 jest zdominowana przez B_3 (B_2 zawsze gwarantuje graczowi A większe wygrane - niezależnie od decyzji gracza B w porównaniu z B_3, dlatego nie opłaca się jej stosować i wykreślamy ją ze zbioru strategii czystych) B= $\{B_1, B_3\}$. Dla gracza B również nie ma żadnych innych strategii zdominowanych. Ostateczna macierz wypłat po uproszczeniu jest następująca.

A \ B	B_1	B_3
A_1	-2	6
A_3	4	-2

Ad c)
Jeżeli gra dwuosobowa o sumie zero nie posiada rozwiązań w zbiorze strategii czystych, to zawsze możemy znaleźć rozwiązania w zbiorze tzw. strategii mieszanych (przy wielokrotnym powtórzeniu tej gry pomiędzy graczami).

Oznaczmy przez:
$p_1 \geq 0$ – częstość stosowania pierwszej strategii (A_1) przez gracza A przy wielokrotnym powtórzeniu tej gry.
$p_2 \geq 0$ – częstość stosowania drugiej strategii (A_3) przez gracza A przy wielokrotnym powtórzeniu tej gry.
$p_1 + p_2 = 1$.
Np. gdy $p_1 = 0.1, p_2 = 0.9$ – to na dziesięć powtórzeń tej gry gracz A zastosować powinien 1 raz strategię A_1 oraz 9 razy strategię A_3.

Podobnie interpretujemy częstości stosowania strategii dla gracza B.
$q_1 \geq 0$ – częstość stosowania pierwszej strategii (B_1) przez gracza B przy wielokrotnym powtórzeniu tej gry.
$q_2 \geq 0$ – częstość stosowania drugiej strategii (B_3) przez gracza B przy wielokrotnym powtórzeniu tej gry.
$q_1 + q_2 = 1$.

$V > 0$ – średnia wygrana (średnia wartość macierzy wypłat) dla gracza A (lub $-V$ średnia przegrana dla gracza B) przy wielokrotnym powtórzeniu takiej gry.

Model matematyczny dla zadania znalezienia optymalnej średniej wygranej dla gracza A w zbiorze strategii mieszanych możemy zapisać stosując następujące zadanie programowania liniowego.

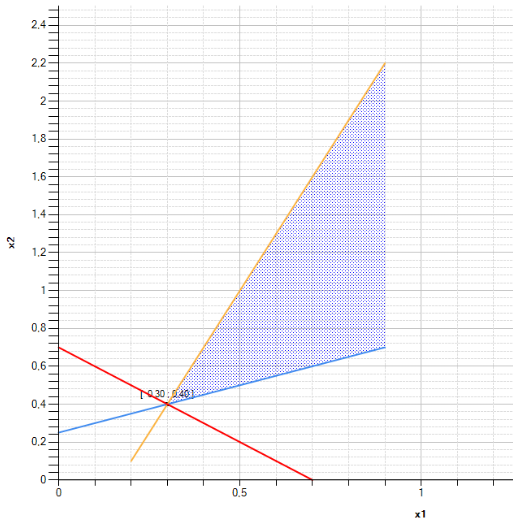
$$V \to max$$
$$\begin{cases} -2 * p_1 + 4 * p_2 \geq V \\ 6 * p_1 - 2 * p_2 \geq V \\ p_1 + p_2 = 1 \end{cases}$$

Zadanie to możemy sprowadzić do klasycznej postaci zadania programowania liniowego poprzez pewne podstawienie.
Oznaczmy przez: $x_1 = \frac{p_1}{V}$, $x_2 = \frac{p_2}{V}$. Stąd: $p_1 = x_1 * V$, $p_2 = x_2 * V$.
Korzystając z zależności (3) mamy: $p_1 + p_2 = 1 = x_1 * V + x_2 * V$. Zatem $\frac{1}{V} = x_1 + x_2$.
Jeżeli $V \to max$, to $\frac{1}{V} \to min$.

Podstawiając te zależności do modelu wyjściowego otrzymamy ZPL:

$$F(x_1, x_2) = \frac{1}{V} = x_1 + x_2 \to min$$
$$\begin{cases} -2 * x_1 + 4 * x_2 \geq 1 \\ 6 * x_1 - 2 * x_2 \geq 1 \end{cases}$$

Rozwiązując go metodą geometryczną otrzymamy rozwiązanie: $x_1^* = 0{,}3$. $x_2^* = 0{,}4$. Optymalna wartość funkcji celu F(min)=0,7.



Zatem wracając do pierwotnych oznaczeń otrzymujemy optymalne częstości powtórzeń obu strategii dla gracza A (firmy A) oraz optymalnej jego średniej wygranej:
$\frac{1}{V} = \frac{7}{10} \to V = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$
$p_1 = x_1 * V = \frac{3}{10} * \frac{10}{7} = \frac{3}{7}$
$p_2 = x_2 * V = \frac{4}{10} * \frac{10}{7} = \frac{4}{7}$

Zatem gracz A powinien na 7 powtórzeń gry: 3 razy zastosować strategię A_1 oraz 4 razy strategię A_3.
Może wtedy liczyć na maksymalną średnią wygraną $\left(\frac{10}{7}\right)$. Firma A zyskuje zatem średnio ok. 1,4 [%] udziałów w rynku usług logistycznych. Tym samym firma B traci minimalnie także ok. -1,4 [%].

Uwaga: Zadanie dla gracza B jest zadaniem dualnym dla gracza A, czyli:

$$F(y_1, y_2) = \frac{1}{V} = y_1 + y_2 \to max$$
$$\begin{cases} -2 * y_1 + 6 * y_2 \leq 1 \\ 4 * y_1 - 2 * y_2 \leq 1 \end{cases}$$

gdzie: $y_1 = \frac{q_1}{V}$, $y_2 = \frac{q_2}{V}$, $q_1 + q_2 = 1$.
Rozwiązanie pozostawiam do zrobienia samodzielnie.

Przykład 2. (gra dwuosobowa o sumie zero – zadanie z parametrem).
Rozwiązać parametryczną grę dwuosobową o sumie zero (parametrem jest α), gdzie: $Z = \{z_1, z_2, z_3\}$ jest zbiorem strategii gracza A, zaś S= $\{s_1, s_2, s_3\}$ jest zbiorem strategii gracza B. Macierz wypłat dla gracza A przedstawia tabela:

A \ B	s_1	s_2	s_3
z_1	-4	5	6
z_2	α	3	3
z_3	-5	4	5

a) Jakie wartości powinien przyjmować parametr α, jeżeli założymy, że gra nie ma rozwiązania w zbiorze strategii czystych ?
b) Czy możliwe jest osiągnięcie średniej wygranej v=10 przy tym samym założeniu ?
c) Dla jakich wartości parametru α gra ma rozwiązanie w zbiorze strategii czystych ?
d) Czy możliwe jest osiągnięcie przeciętnej wygranej v=4 ? Jeżeli tak, to przy jakiej wartości parametru α ?

<u>Rozwiązanie:</u>

Ad a)
Zauważmy, że gdy $\alpha > 3$, to:
- wartość dolna gry $V_A = \max\{-4{,}3,-5\} = 3$.
- wartość górna gry $V_B = \min\{\alpha, 5{,}6\} = \alpha$, gdy $\alpha \in (3{,}5]$ lub $V_B = \min\{\alpha, 5{,}6\} = 5$, gdy $\alpha > 5$.
- zatem $V_A \neq V_B$ – czyli gra nie posiada rozwiązań w zbiorze strategii czystych.

Natomiast, że gdy $\alpha \leq 3$, to:
- wartość dolna gry $V_A = \max\{-4, \alpha, -5\} = \alpha$, gdy $\alpha \in [-4{,}3]$ lub $V_A = \min\{-4, \alpha, -5\} = -4$, gdy $\alpha < -4$.
- wartość górna gry $V_B = \min\{\alpha, 5{,}6\} = \alpha$, gdy $\alpha \in [-4{,}3]$ lub $V_B = \min\{-4{,}5{,}6\} = -4$, gdy $\alpha < -4$.
- zatem $V_A = V_B$ – czyli gra wtedy posiada rozwiązania w zbiorze strategii czystych.

Wniosek: gdy $\alpha > 3$, to gra nie ma rozwiązań w zbiorze strategii czystych.

Ad b)
Zakładamy, że $\alpha > 3$. Strategia z_3 – jest zdominowana przez z_1. Zatem usuwamy ją ze zbioru strategii czystych Z. Podobnie teraz strategia s_3 – jest zdominowana przez s_2. Zatem usuwamy ją ze zbioru strategii czystych S. Pozostałe strategie nie są zdominowane. Tablica macierz wypłat po uproszczeniu gry jest następująca:

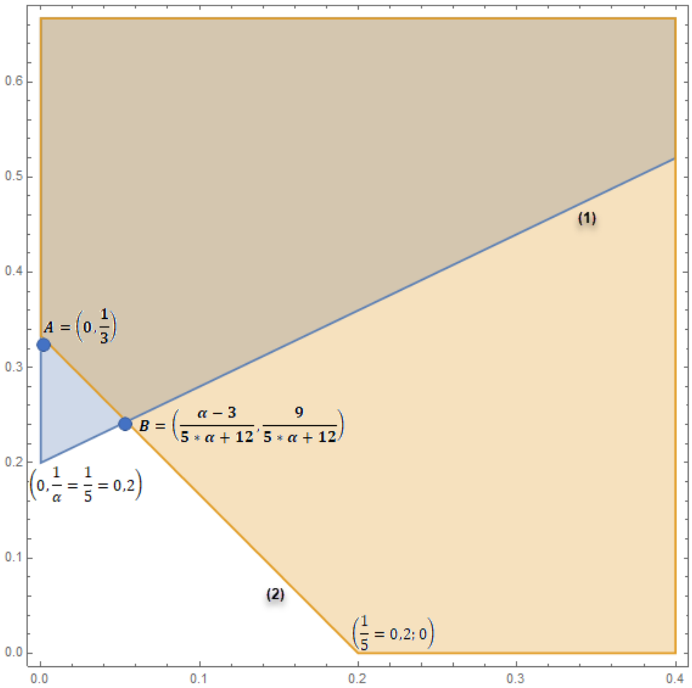
A \ B	s_1	s_2
z_1	-4	5
z_2	α	3

Rozwiązując zadanie (ZPL) dla gracza A dla optymalnego rozwiązania w zbiorze strategii mieszanych otrzymamy:

$$F(x_1, x_2) = \frac{1}{V} = x_1 + x_2 \to min$$
$$\begin{cases} -4 * x_1 + \alpha * x_2 \geq 1 \\ 5 * x_1 + 3 * x_2 \geq 1 \end{cases}$$

Obszarem rozwiązań dopuszczalnych jest obszar w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych XY ograniczony: na osi X_2 półprostą o początku $A = \left(0, \frac{1}{3}\right)$. Odcinkiem AB leżącym na krawędzi warunku (2) łączącym punkty: $A = \left(0, \frac{1}{3}\right)$ oraz punkt przecięcia obu krawędzi dla warunków (1) i (2), czyli punkt $B = \left(\frac{\alpha-3}{5*\alpha+12}, \frac{9}{5*\alpha+12}\right)$, oraz półprostą leżącą na krawędzi warunku (1) o początku w punkcie B.

Przykładowy rysunek obszaru rozwiązań dopuszczalnych np. dla $\alpha = 5$ jest następujący.



Minimum osiągane jest w punkcie B. Zatem optymalne rozwiązanie wynosi: $x_1^* = \frac{\alpha-3}{5*\alpha+12}$. $x_2^* = \frac{9}{5*\alpha+12}$. Optymalna wartość funkcji celu $F_{min} = \frac{1}{V} = x_1 + x_2 = \frac{\alpha-3}{5*\alpha+12} + \frac{9}{5*\alpha+12} = \frac{\alpha+6}{5*\alpha+12}$.

Optymalna średnia wygrana gracza A wynosi wtedy $V = \frac{5*\alpha+12}{\alpha+6}$.

Możemy przedstawić to jako: $V = \frac{5*\alpha+12}{\alpha+6} = \frac{5*(\alpha+6)}{\alpha+6} - \frac{18}{\alpha+6} = 5 - \frac{18}{\alpha+6}$.
Ponieważ $\alpha > 3$, to $V \in (3,5]$,
Wynika to z tego, że gdy $\alpha \to 3$, to V→ 3, zaś gdy $\alpha \to \infty$, to $\frac{18}{\alpha+6} \to 0$, zaś $V \to 5$.
Zatem nie możliwe jest osiągnięcie średniej wygranej V=10.

Ad c)

W podpunkcie (a) zauważyliśmy, że gra posiada rozwiązanie w zbiorze strategii czystych, gdy $\alpha \leq 3$. Wynosi ono α, gdy $\alpha \in [-4,3]$ lub -4, gdy $\alpha < -4$. Przy czym, gdy to rozwiązanie jest ujemne interpretujemy je jako przegraną gracza A.

Ad d)

Możliwe jest osiągniecie średniej wygranej V=4, dla $\alpha = 12$.

Wynika to z zależności: $V = \frac{5*\alpha+12}{\alpha+6} = 4$. Zatem $4 * \alpha + 24 = 5 * \alpha + 12$, czyli $\alpha = 12$.

Przykład 3. (gry z naturą).

Istnieją 3 możliwe warianty inwestycyjne budowy nowej hurtowni artykułów spożywczych. Warianty są realizowane w warunkach niepewności. Koszty (w mln [zł]) wykonania w każdym z wariantów zależą od zespołu czynników losowych, przy czym można wyodrębnić 4 możliwe stany natury:

Warianty inwestycyjne	Koszty realizacji wariantu, jeśli wystąpi stan natury			
	I	II	III	IV
1	40	60	70	40
2	60	50	50	60
3	30	80	50	50

Który z wariantów jest najkorzystniejszy dla inwestora z punktu widzenia:

a) Kryterium pesymistyczne: kryterium Walda
b) Kryterium optymistycznego
c) Kryterium Hurwicza ze współczynnikiem ostrożności γ=0,6.
d) Kryterium Bayesa, gdy prawdopodobieństwa wystąpienia stanów natury są równe odpowiednio: 0,3 0,4 0,2 i 0,1.
e) Kryterium Savage'a.

„Gry z naturą" są szczególnym przypadkiem gier dwuosobowych, gdzie drugim graczem jest bierny tzw. stan natury (stan gospodarki, stan pogody, stan koniunktury – ogólnie pewien stan zależny od czynników losowych).

Do analizy tego typu gier można stosować następujące kryteria decyzyjne:

Ad a) Kryterium pesymistyczne (Walda: max-min – w przypadku pozytywnych efektów podjętych decyzji, np. zysków lub min-max – w przypadku negatywnych efektów podjętych decyzji, np. strat, kosztów). W naszym przykładzie będzie to kryterium (min-max), bo mamy kryterium kosztów realizacji wariantu inwestycyjnego.

Stosujemy wzór: $\min\limits_i \left\{\max\limits_j K_{ij}\right\} \to D_i$. Zatem według kryterium Walda optymalne jest wykonanie wariantu inwestycyjnego drugiego (i=2). Wtedy, gdy założymy, że wystąpi najbardziej niekorzystny scenariusz (stan natury pierwszy j=1 lub czwarty j=4), to możemy oczekiwać, że osiągniemy najmniejsze koszty realizacji wynoszące 60 mln [zł].

Tabela obliczeń:

Warianty inwestycyjne	Koszty realizacji wariantu, jeśli wystąpi stan natury K_{ij}				Najgorszy scenariusz (maksimum kosztów) $\min\limits_i\left\{\max\limits_j K_{ij}\right\}$	Najlepszy scenariusz (minimum kosztów) $\min\limits_i\left\{\min\limits_j K_{ij}\right\}$	Hurwicza $\min\limits_i\left\{\gamma * \max\limits_j K_{ij} + (1-\gamma) * \min\limits_j K_{ij}\right\}$	Bayesa $\min\limits_i\left\{\sum_{j=1}^{m=4}(p_j * K_{ij})\right\}$
	I (j=1)	II (j=2)	III (j=3)	IV (j=4)				
(i=1) (D_1)	40	60	70	40	70	40	$0{,}6 * 70 + 0{,}4 * 40 = 58$	$0{,}3 * 40 + 0{,}4 * 60 + 0{,}2 * 70 + 0{,}1 * 40 = \mathbf{54} \to \boldsymbol{min}$
(i=2) (D_2)	60	50	50	60	**60 → min**	50	$0{,}6 * 60 + 0{,}4 * 50 = \mathbf{56} \to \boldsymbol{min}$	$0{,}3 * 60 + 0{,}4 * 50 + 0{,}2 * 50 + 0{,}1 * 60 = \mathbf{54} \to \boldsymbol{min}$
(i=3) (D_3)	30	80	50	50	80	**30 → min**	$0{,}6 * 80 + 0{,}4 * 30 = 60$	$0{,}3 * 30 + 0{,}4 * 80 + 0{,}2 * 50 + 0{,}1 * 50 = 56$

Ad b) Kryterium optymistyczne. W naszym przykładzie będzie to kryterium (min-min), bo mamy kryterium kosztów realizacji wariantów inwestycyjnych.

Stosujemy wzór: $\min\limits_i \left\{\min\limits_j K_{ij}\right\} \to D_i$. Zatem według tego kryterium optymalne jest wykonanie wariantu inwestycyjnego trzeciego (i=3). Wtedy, gdy założymy, że wystąpi najbardziej korzystny scenariusz (stan natury pierwszy j=1), to możemy oczekiwać, że osiągniemy najmniejsze koszty realizacji wynoszące tylko 30 mln [zł].

Ad c) Kryterium Hurwicza. Jest kryterium pośrednim pomiędzy optymistycznym i pesymistycznym. Zakłada się, że znane jest prawdopodobieństwo zaistnienia najbardziej niekorzystnego scenariusza (tzw. współczynnik ostrożności $\gamma = 0.6$ – w naszym przykładzie jest 60% szansa, że spełni się scenariusz, że koszty będą najwyższe realizacji). Ktoś kto podejmuje decyzje jest raczej pesymistą.

Stosujemy wzór wyznaczając średnie ważone koszty realizacji w scenariuszu najgorszym i najlepszym: $\min_i \left\{ \gamma * \max_j K_{ij} + (1-\gamma) * \min_j K_{ij} \right\} \rightarrow D_i$ i wybieramy wariant, który minimalizuje takie średnie koszty. Zatem według tego kryterium optymalne jest wykonanie wariantu inwestycyjnego drugiego (i=2). Wtedy, gdy założymy, że prawdopodobieństwo wystąpienia najbardziej niekorzystnego scenariusza wynosi $\gamma = 0{,}6$ (I lub IV - tym samym 0,4 dla najlepszych scenariuszy: II i III), to możemy oczekiwać, że osiągniemy najmniejsze średnie koszty realizacji inwestycji wynoszące 56 mln [zł].

Ad d) Kryterium Bayesa. W kryterium tym zakłada się, że znane są prawdopodobieństwa wystąpienia wszystkich stanów natury. Mogą być dwa warianty: jednakowe równe, gdzie m – liczba stanów natury (u nas $\frac{1}{4}$, gdyż m=4) lub jak w tym przykładzie podane różne prawdopodobieństwa dla stanów natury: $p_1 = 0{,}3$; $p_2 = 0{,}4$; $p_3 = 0{,}2$; $p_4 = 0{,}1$.

W pierwszym wariancie wyznaczamy średnie ważone (z jednakowymi wagami 1/m) koszty realizacji we wszystkich scenariuszach (stanach natury):

$$\min_i \left\{ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m=4} \left(K_{ij} \right) \right\} \rightarrow D_i.$$

W drugim wariancie wyznaczamy średnie ważone z różnymi wagami (p_j) koszty realizacji we wszystkich scenariuszach (stanach natury):

$$\min_i \left\{ \sum_{j=1}^{m=4} \left(p_j * K_{ij} \right) \right\} \rightarrow D_i.$$

Wybieramy oczywiście wariant, który w tym przypadku minimalizuje takie średnie ważone koszty.

W naszym przykładzie według kryterium Bayesa optymalne jest wykonanie wariantu inwestycyjnego pierwszego lub drugiego (i=1 lub i=2). Wtedy, gdy założymy, że prawdopodobieństwa wystąpienia stanów natury wynoszą tak jak podano, to możemy oczekiwać, że osiągniemy najmniejsze średnie koszty realizacji inwestycji wynoszące 54 mln [zł].

Ad e) Kryterium Savage'a.

Jest kryterium trochę innego typu. W 1-szym etapie wyznaczamy tzw. macierz „żalu" (względnych strat) B_{ij}, jeżeli w danym stanie natury nie podejmiemy najlepszej (optymalnej) decyzji.

Obliczenia pomocnicze:

Warianty inwestycyjne	Koszty realizacji wariantu, jeśli wystąpi stan natury K_{ij}			
	I (j=1)	II (j=2)	III (j=3)	IV (j=4)
(i=1) (D_1)	40	60	70	40
(i=2) (D_2)	60	50	50	60
(i=3) (D_3)	30	80	50	50
$\min_i K_{ij}$	30	50	50	40

Jak widać z obliczeń w (j=1) pierwszym stanie natury optymalne jest podjęcie decyzji trzeciej (i=3), bo powoduje ona najniższe koszty 30. W (j=2) drugim stanie natury optymalne jest podjęcie decyzji drugiej (i=2), bo powoduje ona najniższe koszty 50. Podobnie w trzecim (j=3) stanie natury optymalne jest podjęcie decyzji drugiej lub trzeciej (i=2 lub i=3), bo powodują one najniższe koszty 50. Wreszcie w (j=4) czwartym stanie natury optymalne jest podjęcie decyzji pierwszej (i=1), bo powoduje ona najniższe koszty 40.

Teraz przypuśćmy, że podejmujący decyzje kierował się nieracjonalnie i zamiast podjąć decyzję najlepszą podjął decyzję (i-tą) i naraził się na niepotrzebny wzrost kosztów. Wyznaczamy zatem tzw. macierz „żalu" (względnych strat) w naszym przykładzie (negatywne efekty dla kosztów) ze wzoru: $B_{ij} = K_{ij} - \min_i K_{ij}$.

Gdyby jako kryterium były brane jakieś efekty pozytywne F_{ij}, to dla macierzy względnych strat stosujemy wtedy wzór: $B_{ij} = \max_i F_{ij} - F_{ij}$.

Macierz względnych strat dla naszego przykładu jest następująca:

Następnie wyznaczamy największą (maksymalną stratę) w najgorszym scenariuszu (stanie natury) i podejmujemy decyzję, która ją minimalizuje: $\min_i \left\{ \max_j B_{ij} \right\} \to D_i$

Macierz „Żalu" B_{ij}	Stan natury				Największa maksymalna strata $\max_j B_{ij}$
	I (j=1)	II (j=2)	III (j=3)	IV (j=4)	
(i=1) (D_1)	10	10	20	0	**20**
(i=2) (D_2)	30	0	0	20	30
(i=3) (D_3)	0	30	0	10	30

Należy zatem podjąć decyzję pierwszą (i=1), która według kryterium Savage'a powoduje minimalna względną stratę w najgorszym scenariuszu, w przypadku, gdyby nie była ona optymalna, to będzie generowała ona nawet w najgorszym (j=3) trzecim scenariuszu stratę (wzrost kosztów w stosunku do optymalnej decyzji tylko o 20 mln [zł]).