

Ćw. 7 - lista zadań (gry dwuosobowe o sumie zero i gry z naturą)

Zad. 1. Rozwiązać parametryczną grę dwuosobową o sumie zero (parametrem jest α), gdzie: $Z = \{z_1, z_2, z_3\}$ jest zbiorem strategii gracza A, zaś $S = \{s_1, s_2, s_3\}$ jest zbiorem strategii gracza B. Macierz wypłat dla gracza A przedstawia tabela:

	B	s_1	s_2	s_3
A				
z_1		-4	5	6
z_2		α	3	3
z_3		-5	4	5

- Jakie wartości powinien przyjmować parametr α , jeżeli założymy, że gra nie ma rozwiązania w zbiorze strategii czystych?
- Czy możliwe jest osiągnięcie średniej wygranej $v=10$ przy tym samym założeniu?
- Dla jakich wartości parametru α gra ma rozwiązanie w zbiorze strategii czystych?
- Czy możliwe jest osiągnięcie przeciętnej wygranej $v=4$? Jeżeli tak, to przy jakiej wartości parametru α ?

Zad. 2. Dana jest gra dwuosobowa o sumie zero, w której każdy z graczy może wybrać liczbę ze zbioru $\{1, 2, 3\}$. Gracz mający mniejszą liczbę wygrywa 2 punkty, z wyjątkiem przypadku, gdy jego liczba jest mniejsza dokładnie o 1 (wtedy przegrywa 4 punkty). Jeśli liczby wybrane przez obu graczy są równe, nikt nie wygrywa.

- Zapisać macierz wypłat tej gry.
- Rozwiązać tę grę, wskazując który z graczy wygra i ile.
- Wskazać jak powinni grać obaj gracze.

Zad. 3. Rozwiązać grę dwuosobową o sumie zero, gdzie symbolami A i B oznaczono obu graczy, a wektory: $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ oraz $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ oznaczają odpowiednio strategie gracza A i B. Macierz wypłat dla gracza A przedstawia tabela:

	B	y_1	y_2	y_3
A				
x_1		2	4	6
x_2		3	1	4
x_3		2	3	3

- Czy gra ma rozwiązanie w zbiorze strategii czystych?
- Czy występują strategie zdominowane?
- Gdy gra nie posiada rozwiązania w zbiorze strategii czystych - rozwiązać grę w zbiorze strategii mieszanych.

Zad. 4. Którą z gier o macierzach wypłat podanych w tablicach należy wybrać będąc graczem A?

Parametr α spełnia relację: $-0.5 \leq \alpha \leq 0$.

	B	B_1	B_2	B_3
A				
A_1		6	5,5	6
A_2		1	2	3
A_3		2	4	4

	A	A_1	A_2
B			
B_1		$\frac{1}{\alpha}$	-2
B_2		3	1

Zad. 5. Dwie firmy logistyczne A i B konkurują o klienta na rynku usług logistycznych. Obie firmy rozważają podjęcie 3 możliwych strategii działania mających na celu zwiększenie ich % udziałów w rynku. Firma A rozważa wdrożenie 3 strategii: A_1 – wprowadzenie nowych środków transportu, A_2 – obniżenie cen oferowanych usług, A_3 – wprowadzenie nowych atrakcyjniejszych ofert usługowych. Firma B zamierza natomiast stosować 3 strategie: B_1 – zastosowanie nowoczesnych narzędzi optymalizacji dostaw, B_2 – wprowadzenie nowych atrakcyjniejszych tras dostaw, B_3 – zwiększenie ładowności aktualnej posiadanej floty transportowej.

Macierz wypłat (określająca wzrost % udziałów w rynku usług) firmy A podaje tablica:

	B	B ₁	B ₂	B ₃
A				
A ₁		-2	7	6
A ₂		3	2	-3
A ₃		4	3	-2

Traktując wzajemną konkurencję obu firm o zwiększenie udziałów w rynku jako grę dwuosobową o sumie zero:

- Wskazać, czy istnieje rozwiązanie tej gry w zbiorze strategii czystych?
- Wylimitować strategie zdominowane.
- Wyznaczyć wygraną w zbiorze strategii mieszanych. Ile zyskuje firma A oraz ile traci firma B?

Zad. 6. Istnieją 3 możliwe warianty inwestycyjne budowy nowej hurtowni artykułów spożywczych. Warianty są realizowane w warunkach niepewności. Koszty wykonania w każdym z wariantów zależą od zespołu czynników losowych, przy czym można wyodrębnić 4 możliwe stany natury:

Warianty inwestycyjne	Koszty realizacji wariantu, jeśli wystąpi stan natury			
	I	II	III	IV
1	40	60	70	40
2	60	50	50	60
3	30	80	50	50

Który z wariantów jest najkorzystniejszy dla inwestora z punktu widzenia:

- Kryterium Walda (*max-min*)
- Kryterium optymistycznego (*max-max*)
- Kryterium Hurwicza ze współczynnikiem ostrożności $\gamma=0,6$.
- Kryterium Bayesa, gdy prawdopodobieństwa wystąpienia stanów natury są równe odpowiednio: 0,3 0,4 0,2 i 0,1.
- Kryterium Savage'a.

Zad. 7. Konsorcjum logistyczne zamierza zwiększyć swój potencjał dzięki wybudowaniu nowego centrum logistycznego. Istnieją 4 warianty planu inwestycyjnego: 50, 100, 150 i 200 tys. zł, które w zależności od wielu czynników losowych (stanów natury) mogą dawać różne roczne przyrosty dochodów. Wyróżniono 4 stany natury, zaś za kryterium decyzyjne przyjęto uzyskanie możliwie wysokiego udziału rocznego przyrostu dochodów w poniesionych nakładach inwestycyjnych. W tabeli podany jest wzrost dochodów konsorcjum przy zadanych nakładach inwestycyjnych dla każdego potencjalnego stanu natury.

Warianty i nakłady inwestycyjne (tys. zł)	Szacowany wzrost dochodów (w tys. zł) w przypadku wystąpienia stanu natury			
	I	II	III	IV
50	25	30	20	25
100	10	70	40	70
150	120	30	75	75
200	20	160	100	140

Który wariant powinien wybrać dyrektor konsorcjum:

- będąc pesymistą? (zastosować kryterium Walda i Savage'a)
- będąc optymistą? (zastosować kryterium Hurwicza ze współczynnikiem ostrożności $\gamma=0,1$)

Zad. 8. Trzy typy hamulców tramwajowych: I, II i III poddano próbom w trzech rodzajach warunków drogowych (A – deszczowe warunki drogowe, B – bardzo złe warunki drogowe – silne opady deszczu i ślisko, C – dobre warunki drogowe). Procent zadowolających prób przedstawia tabela:

Hamulce \ Warunki	A	B	C
I	85,0	75,0	95,0
II	85,0	90,0	75,5
III	85,0	65,0	92,0

Wybrać do produkcji jeden z trzech typów hamulców za pomocą kryterium:

- Hurwicza $\gamma=0,5$

- b) Bayes'a (jednakowe prawdopodobieństwa wystąpienia stanów natury).
- c) Savage'a.