

Ćw. 1 i 2 - lista zadań (programowanie liniowe)

Zad. 1. Hurtownia położona w pewnym mieście jest zaopatrywana z dwóch magazynów. Magazyn M1 położony jest w bliskiej odległości od hurtowni 52 km, zaś magazyn M2 (większy) położony jest w odległości 147 km. W magazynie M1 (przeznaczonym do szybkich, doraźnych dostaw) zgromadzono 18 ton towarów, zaś w magazynie M2 (przeznaczonym do większych dostaw) zgromadzono 300 ton. Samochody realizujące dostawy z magazynu M1 do hurtowni mają ładowność 6[t], zaś do obsługi dostaw z magazynu M2 przeznaczono samochody o ładowności 20[t]. Samochody jeżdżące z zaopatrzeniem z magazynu M2 są w stanie zrealizować tylko 2 kursy w ciągu dnia, zaś samochody zaopatrujące w towar z magazynu M1 tylko 5 kursów w ciągu dnia.

- Oszacować koszty dostaw dla jednego kursu z magazynów do hurtowni przyjmując średnie spalanie samochodów o ładowności 6[t] na poziomie 10 l/100km, zaś dla samochodów cięższych o ładowności 20[t] na poziomie 21 l/100km oraz przyjmując koszt paliwa na poziomie 3,9 zł za 1l.
- Wymagane jest, aby do hurtowni w ciągu dnia dostarczyć co najmniej 38[t] towarów. Obliczyć ile należy wykonać kursów z obu magazynów aby zrealizować zamówienie przy istniejących ograniczeniach przyjmując jako kryterium decyzyjne sumaryczne koszty dostaw z obu magazynów.
- Sformułować model problemu i rozwiązać zadanie metodą geometryczną.
- Jak zmieni się rozwiązanie, gdy minimalne dostawy do hurtowni zostaną zwiększone o 20 [t] ?

Zad. 2. Pośrednik kupuje towar u dwóch producentów i zaopatruje pewnego odbiorcę detalicznego. Dostępne wielkości podaży towaru u producentów P1 i P2 wynoszą odpowiednio: 10 i 15 jednostek towaru. Zapotrzebowanie klienta detalicznego O1 wynosi: 20 jednostek. Wiadomo ponadto, że jednostkowe koszty zakupu towaru u producentów P1 i P2 są równe odpowiednio: 7 i 5 jednostek pieniężnych, zaś koszty transportu na poszczególnych trasach dostaw P1-O1 i P2-O1 wynoszą odpowiednio: 4 i 3 jednostki. Jednostkową cenę sprzedaży odbiorcy detalicznemu pośrednik ustalił (po uwzględnieniu marży) na poziomie 10 jednostek. Na podstawie wcześniejszych porozumień pośrednik zobowiązał się zakupić u producenta P2 co najmniej 60% wielkości jego podaży.

- Wyznaczyć optymalne wielkości zakupu towaru i dostaw u poszczególnych producentów kierując się kryterium zysku hurtownika, uwzględniając wszystkie istniejące ograniczenia.
- Sformułować model problemu a następnie rozwiązać zadanie metoda geometryczną.

Zad. 3. Pewna hurtownia położona w pewnym mieście jest zaopatrywana z 3 magazynów. Magazyn M1 położony jest w odległości 100 km od hurtowni, magazyn M2 położony jest w odległości 25 km, zaś magazyn M3 położony jest w odległości 50 km. Ładowności środków transportu obsługujących trasy dostaw z magazynów M1 wynoszą 18[t], z M2 6[t], zaś z M3 10[t]. Wyznaczyć optymalną liczbę kursów samochodów z poszczególnych magazynów kierując się kryterium optymalizacji łącznego samochodokilometrażu środków transportu, przy założeniu, że do hurtowni należy łącznie dostarczyć w ciągu dnia co najmniej 54[t] towaru, zaś aktualnie w magazynie M2 dostępnych jest tylko 4 samochody (można zrealizować maksymalnie tylko 4 kursy).

- Zapisać model problemu decyzyjnego
- Sformułować zadanie dualne
- Rozwiązać zadanie dualne i pierwotne metodą geometryczną
- Jak zmieni się rozwiązanie optymalne, gdy ładowność środków transportu obsługujących dostawy z magazynu M3 zostanie zmniejszona do 6[t], zaś zapotrzebowanie hurtowni wzrośnie do poziomu 60[t]. ?

Zad. 4. Dystrybutor wózków podnośnikowych sprzedaje na polskim rynku 2 typy wózków: Na zakup u producenta wózków widłowych firma może przeznaczyć maksymalnie 800 000 zł/rok. Cena jednostkowa zakupu wózków typu 1 wynosi - 10 000 zł, zaś wózków typu 2 – 20 000 zł. Firma sprzedaje wózki na rynku ze stopą zysku wynoszącą: 10% - dla wózków typu 1 oraz 15% - dla wózków typu 2. Ponadto wiadomo, że maksymalny czas pracy, jaki pracownicy firmy mogą poświęcić na przygotowanie i sprzedaż wózków wynosi 200 roboczogodzin/rok. Proces przygotowania sprzedaży wózka typu 1 wymaga 3h czasu pracy pracowników, zaś dla wózków typu 2 – 4h czasu pracy. Maksymalna dostępność liczby wózków obu typów u producenta przedstawia się następująco: wózki typu 1 – 50 szt., wózki typu 2 – 25 szt.

- Ustalić optymalny plan zakupu wózków obu typów, przyjmując jako kryterium decyzyjne zysk firmy.
- Sformułować model problemu decyzyjnego i rozwiązać go metodą geometryczną.

Zad. 5. Dystrybutor wózków widłowych sprzedaje na polskim rynku 3 typy wózków: Na zakup u producenta wózków widłowych firma może przeznaczyć maksymalnie 360 000 zł/rok. Cena jednostkowa zakupu wózków typu 1 wynosi - 10 000 zł, wózków typu 2 – 20 000 zł, zaś typu 3 - 15 000 zł. Firma sprzedaje wózki na rynku ze stopą zysku wynoszącą: 10% - dla wózków typu 1, 15% - dla wózków typu 2 oraz 20% - dla wózków typu 3. Ponadto wiadomo, że maksymalna dostępna u producenta liczba wózków typów 2 wynosi 15 szt.

- a) Ustalić optymalny plan zakupu wózków obu typów, przyjmując jako kryterium decyzyjne zysk firmy.
- b) Sformułować model problemu decyzyjnego i zadanie dualne oraz rozwiązać je metodą geometryczną.

Zad. 6. Pewien dysponuje 1000 zł gotówki. Hurtownik kupuje u producenta dwa typy produktów A i B. Produkt A kosztuje 10 zł i wymaga 3m² powierzchni, produkt B kosztuje 20 zł i wymaga 4m² powierzchni, Wiadomo także, że hurtownik będzie mógł kupić u producenta co najwyżej 20 jednostek produktu A oraz co najwyżej 30 jednostek produktu B. Zakładając, że hurtownik ustalił marżę zysku ze sprzedaży poszczególnych produktów odpowiednio: 10% i 15% z ceny jednostkowej ich zakupu oraz że zamierza osiągnąć na sprzedaży wyrobów odbiorcom detalicznym zysk w wysokości co najmniej 100 zł

- a) Określić optymalne wielkości zakupu poszczególnych produktów, które zapewniają optymalne wykorzystanie powierzchni magazynowej hurtownika przy istniejących ograniczeniach.
- b) Określić model matematyczny i rozwiązać zadanie metodą geometryczną.

Zad. 7. Pewien hurtownik dysponuje 240 m² powierzchni magazynowej oraz 2000 zł gotówki. Hurtownik kupuje u producenta trzy produkty A, B i C. Produkt A kosztuje 10 zł i wymaga 3m² powierzchni, produkt B kosztuje 20 zł i wymaga 4m² powierzchni, zaś produkt C kosztuje 20 zł i wymaga 2m² powierzchni. Zakładając, że hurtownik ustalił marżę zysku ze sprzedaży każdego z produktów 10% z ceny jednostkowej ich zakupu:

- a) Określić optymalne wielkości zakupu poszczególnych produktów, które gwarantują optymalny zysk hurtownika przy istniejących ograniczeniach.)
- b) Określić model matematyczny, zbudować model dualny i związać zadanie metodą geometryczną.
- c) Jak zmieni się rozwiązanie, gdy hurtownik będzie dysponował tylko 500 zł gotówki ?

Zad. 8. Przedsiębiorstwo transportowe dysponuje ciężarówkami o ładowności 6t. Klient zlecił przedsiębiorstwu przewóz co najmniej 10 ładunków w opakowaniach (paletach) po 1,5t oraz 15 ładunków w opakowaniach po 2,5t.

- a) W jaki sposób należy załadować towar na wszystkie ciężarówki, aby zminimalizować łączną liczbę ciężarówek niezbędną do przewozu towarów ?
- b) Ile wynosi łączna niewykorzystana ich ładowność ?
- c) Określić model matematyczny problemu decyzyjnego, zbudować model dualny i rozwiązać zadanie metodą geometryczną.

Zad. 9. Przedsiębiorstwo transportowe dysponuje ciężarówkami o ładowności 5t. Klient zlecił przedsiębiorstwu przewóz co najmniej 8 ładunków w opakowaniach po 3t oraz 10 ładunków w opakowaniach po 2t. Wiadomo ponadto że firma dysponuje tylko maksymalnie 10 środkami transportu. W jaki sposób należy załadować towar na ciężarówki aby zrealizować zamówienie przy istniejących ograniczeniach ? Jako kryterium decyzyjne przyjąć liczbę środków transportu wykorzystanych do zrealizowania zamówienia.

- a) Ile wynosi łączna niewykorzystana ich ładowność ?
- b) Określić model matematyczny problemu decyzyjnego i rozwiązać zadanie metodą geometryczną.

Zad. 10. Dealer samochodowy sprzedaje 2 typy pojazdów: A i B.

Opis sytuacji decyzyjnej dotyczącej 1 miesiąca pracy dealera:

- Cena hurtowa pojazdu jest zróżnicowana:

cena hurtowa pojazdu A: 10 tys. €,

cena hurtowa pojazdu B: 15 tys. €

- Jednostkowy zysk ze sprzedaży pojazdów jest zróżnicowany

zysk netto ze sprzedaży A wynosi 800 €

zysk netto ze sprzedaży B wynosi 1000 €

- Czas przygotowania i sprzedaży pojazdu jest zróżnicowany

10 godz. dla pojazdu A

20 godz. dla pojazdu B

- Dealer posiada ograniczone zasoby:

czasu pracy personelu: 300 rob. godz.

zasobów finansowych: 200 tys. €

maksymalna dostępna liczba pojazdów u producenta typu A: 10 szt.

- Ponadto dealer założył minimalny zysk na poziomie co najmniej 12000 €

Określenie problemu: Ile zakupić u producenta pojazdów poszczególnych typów (by sprzedawać je odbiorcy detalicznemu) przy istniejących ograniczeniach, aby zminimalizować łączne koszty ich zakupu ?

Zapisać model matematyczny problemu decyzyjnego i rozwiązać go metoda geometryczną.

Zad. 11. Znaleźć rozwiązanie optymalne następujących zadań programowania liniowego stosując algorytm metody Sympleks:

a)

$$\text{Max } f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1 + 2x_2 + x_3$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \geq 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

b) $\text{Max } f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + 10x_2 - x_3 + 5x_4$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \\ \frac{1}{2}x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

c) $\text{Max } f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 8 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 \leq 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 \leq 10 \\ x_1 + x_3 + x_4 \leq 7 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

d) $\text{Min } f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 6x_1 + 15x_2 + 15x_3 + 15x_4$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 1 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 \geq 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Zad. 12. Rozwiązać algorytmem Sympleks modele ZPL sformułowane do problemów decyzyjnych z zad. 5 oraz zad. 8.